

TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 61

ALGUNS TEOREMAS SOBRE A DETERMINAÇÃO  
DE PREÇOS EM KALECKI

Cláudio Gontijo

Novembro de 1990

**anpec**

associação nacional  
de centros de  
pós-graduação  
em economia

Esta publicação foi impressa  
com a colaboração da ANPEC  
e o apoio financeiro do PNPE

Programa Nacional de  
**PNPE**  
Pesquisa Econômica

338.5

- G64fa Gontijo, Cláudio, 1954 -  
Alguns teoremas sobre a determinação de  
preços em Kalecki / por Cláudio Gontijo. -  
Belo Horizonte : CEDEPLAR/UFGM, 1990.  
12p. - (Texto para discussão / CEDEPLAR ;  
61)  
f. Preços. 2. Salários. I. Universidade  
Federal de Minas Gerais. Centro de Desen-  
volvimento e Planejamento Regional. II. Tí-  
tulo. III. Série. (Texto para Discussão /  
CEDEPLAR ; 61)

## CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL

CEDEPLAR

ALGUNS TEOREMAS SOBRE A DETERMINAÇÃO DE PREÇOS EM KALECKI

Cláudio Gontijo\*

\* Professor do CEDEPLAR e da Faculdade de Ciências Econômicas da UFMG.

Novembro de 1990

## SUMÁRIO

Página

INTRODUÇÃO .....	1
1. A EQUAÇÃO KALECKIANA DE PREÇOS .....	1
2. CONSISTÊNCIA FORMAL DA EQUAÇÃO KALECKIANA DE PREÇOS ..	2
2.1 - Salário Real Determinado Exogenamente .....	2
2.2 - Salário Real Determinado Endogenamente .....	2
3. UM EXEMPLO NUMÉRICO .....	3
4. CONCLUSÕES .....	10
BIBLIOGRAFIA .....	12

## RESUMO

Este artigo discute a teoria kaleckiana de formação de preços, a qual assume que os preços resultam da imposição de uma margem de mark up sobre custos. Mostra-se que uma condição necessária mas não suficiente para a sua consistência interna, é que o salário real seja determinado endogenamente. Contudo, ainda nesse caso, a determinação das margens de mark-up, baseada no grau de monopólio da firma, pode resultar em lucros ou preços negativos.

A idéia de que no capitalismo moderno a determinação de preços depende, fundamentalmente, do poder de monopólio das empresas, constitui-se num traço característico da escola pós-keynesiana e mesmo de uma das vertentes do marxismo, como atestam, por exemplo, os escritos de Joan Robinson, Alfred Eichner, Joseph Steindl, Sylos-Labini, Paul Baran e Paul Sweezy. Estes e outros autores reconhecem, por sua vez, a influência exercida por Michael Kalecki na formulação dessa idéia basilar.

O objetivo deste artigo consiste em examinar a lógica interna dessa teoria, tomando-se a formulação kaleckiana como centro de nossas investigações. Ao contrário de estudos anteriores (veja-se, por exemplo, Cowling, 1982; Basile e Salvadori, 1984-85; Sawyer, 1985 e Kriesler, 1987) não se procura examinar a determinação de preços em Kalecki a partir de uma firma considerada isoladamente, desde que, ao nosso ver, isso constitui a principal deficiência desses estudos, que não levam em consideração os efeitos interindustriais implícitos em toda "equação microeconômica" de preços.

Nesse sentido, tenta-se apresentar uma demonstração rigorosa das condições necessárias para que a teoria kaleckiana de preços seja logicamente coerente. As provas apresentadas baseiam-se numa economia sem capital fixo, mas podem ser facilmente estendidas para o caso mais geral. A opção por trabalhar com uma economia com apenas capital circulante foi ditada somente pelo interesse em simplificar as fórmulas algébricas.

O artigo divide-se em quatro partes. Na primeira, apresenta-se a dedução da equação kaleckiana de preços setoriais, a partir de sua última versão, contida na obra "Teoria da Dinâmica Econômica". Na segunda, discute-se a coerência formal da mesma. Na terceira, apresenta-se um exemplo numérico, e na quarta, sumarizam-se as conclusões.

## 1. A EQUAÇÃO KALECKIANA DE PREÇOS

Em sua obra "Teoria da Dinâmica Econômica" (1954), Kalecki concebe a formação de preços da firma como sendo baseada

em seus custos primários ( $C_p$ ) e no inter-relacionamento com os preços de outras firmas produzindo produtos similares:

$$p_i = m_i C_p + n_i p \quad (1)$$

onde  $p_i$  representa o preço cobrado pela firma  $i$  e  $p$  o preços médio prevalecente na indústria. Segundo Kalecki, os coeficientes  $m_i$  e  $n_i$  refletem o "grau de monopólio" da empresa  $i$ .

No caso da indústria, podemos deduzir de (1) a seguinte equação de preços, expressos em termos de uma margem de mark-up  $k$  e dos custos primários  $C_p$ :

$$p = [m/(1 - n)] C_p = k C_p \quad (2)$$

onde:

$$k = [m/(1 - n)] = f(\mu) \quad (3)$$

A equação (3) expressa o fato de que o mark-up é uma função do grau de monopólio  $\mu$  da indústria em questão.

Considerando-se agora os custos primários como sendo constituídos por custos de matérias-primas e de mão-de-obra, podemos escrever a equação de preços para o sistema econômico como um todo da seguinte forma:

$$p = (p A + w a_N) \langle k \rangle \quad (4)$$

onde  $p$  significa o vetor-linha de preços;  $A$  a matriz de coeficientes interindustriais;  $a_N$  o vetor-linha dos coeficientes de trabalho e  $\langle k \rangle$  a matriz diagonal dos mark-ups setoriais. Observa-se que se optou por uma taxa salarial única  $w$  apenas para efeito de simplificação.

## 2. CONSISTÊNCIA FORMAL DA EQUAÇÃO KALECKIANA DE PREÇOS

Examinando-se a equação (4), verifica-se que  $\langle k \rangle$  é determinado pelos graus de monopólio das diversas indústrias, e  $A$

é determinado tecnologicamente. Isto deixa  $p$  e  $w$  como as incógnitas do sistema. No caso de  $w$ , sua determinação depende da teoria salarial a ser adotada. Inicialmente, examinemos os efeitos da taxa de salário real se determinada exogenamente. Pode-se supor, por exemplo, que o salário real  $d$ , composto por uma cesta de mercadorias, seja determinado pelo custo de reprodução da força de trabalho, como na hipótese marxista, ou pela força dos sindicatos e do movimento operário, numa hipótese menos restritiva.

#### 2.1- Salário Real Determinado Exogenamente

Quando o salário real  $d$  é determinado exogenamente, tem-se:

$$w = p \cdot d \quad (5)$$

Substituindo-se (5) em (4) obtém-se:

$$p [I - (A + d \frac{a}{N}) \langle k \rangle] = 0 \quad (6)$$

Tem-se, pois, um conjunto de equações homogêneas, cuja solução não trivial requer:

$$\det [I - (A + d \frac{a}{N}) \langle k \rangle] = 0 \quad (7)$$

As implicações dessa solução são difíceis de se apreender. Contudo, de imediato, pode-se perceber que a equação (7) implica numa restrição aos valores de  $k$ , significando que, pelo menos, ao se determinar  $n-1$  mark-ups setoriais, o mark-up restante estará automaticamente determinado. De mais a mais, nada garante que ele seja maior do que a unidade (cobrindo os custos de produção), ou mesmo positivo. Isto significa que a determinação exógena dos mark-ups setoriais como função somente do poder de mercado implica na sobredeterminação do sistema de preços, tornando-o inconsistente.

Mas as implicações da condição expressa em (7) são ainda mais profundas. Inicialmente, para efeito de simplificação, suponhamos que:

$$\langle k \rangle = (i + r) I$$

Em outras palavras, suponhamos que prevaleça uma taxa de lucro homogênea  $r$  em toda a economia. Segue que a equação de preços pode ser expressa como:

$$P = (i + r) P \frac{(A + d a)}{N} \quad (9)$$

Fazendo

$$\delta = i/(i + r) \quad (10)$$

nossa equação característica torna-se:

$$\det [\delta I - (A + d a)] = 0 \quad (11)$$

Agora estamos em condições de examinar a equação (9). A matriz  $(A + d a)_N$  pode ser redutível, se o produto de algumas indústrias (as chamadas indústrias não-básicas, ou indústrias de bens de luxo) não entrar direta ou indiretamente na produção de todos os outros produtos. Nesse caso, podemos expressar a equação de preços dos produtos das indústrias básicas como:

$$P_B = (i + r) (P_B A_B + d a_B) \quad (12)$$

É fácil verificar-se que esse sistema é necessário e suficiente para a determinação de  $r$  e dos preços relativos dos produtos básicos  $P_B$ . De fato, considerando apenas as indústrias básicas nossa equação característica torna-se:

$$\det [\delta I_B - (A_B + d a_B)] = 0 \quad (13)$$

Agora, examinando-se a equação (13), vê-se que suas raízes são as raízes características da matriz  $(A_B + d a_B)$ . Desde

que esta matriz é não redutível e não negativa, de acordo com o teorema de Perron-Frobenius<sup>1</sup>, sua raiz característica máxima  $\delta^*$  é a única a produzir um vetor característico com somente elementos positivos, o que é requerido, uma vez que o vetor de preços tem de ser positivo. De mais a mais, desde que a soma dos elementos das linhas da matriz  $(A_B + d_A)_B$  é menor ou igual a um, prevalecendo a desigualdade em pelo menos um caso para que exista excedente físico, segue-se que, para haver uma solução com significado econômico, as seguintes condições precisam ser satisfeitas:

$$r^* = (i - \delta^*)/\delta^* \quad (14)$$

$$\delta^* < i \quad (15)$$

Essas condições são sempre satisfeitas quando a taxa de lucro  $r$  é positiva, demonstrando a consistência interna de uma teoria de preços baseada no postulado de uma taxa homogênea de lucros.

Agora podemos relaxar a hipótese (8) e admitir diferentes taxas de lucro nos diversos setores. Contudo, inicialmente, suponhamos que as taxas setoriais variem entre zero e o máximo determinado pela raiz de Frobenius  $r^* = (\delta^* - i)/\delta^*$ . Isto implica as seguintes condições:

$$1^{\text{a}}) \min_j k_j = i;$$

$$2^{\text{a}}) \max_j k_j < (i + r^*)$$

onde  $i/(i + r^*)$  é a raiz de Frobenius de  $(A_B + d_A)_B$ . Chamando  $p_B^*$  ao vetor característico dessa última matriz, correspondendo à raiz  $\delta^*$ , tem-se:

$$p_B^* = (i + r^*) p_B (A_B + d_A)_B \quad (16)$$

1

Veja-se Pasinetti (1977), p. 269.

Desde que  $\max_j k_j < (i + r)$  segue que:

$$P_B^* \frac{(K_B^*)^{-1}}{B} > P_B^* \frac{(A_B + d_a)_N}{B}$$

e então:

$$P_B^* > P_B^* \frac{(A_B + d_a)_N}{B} \frac{< k_B^* >}{B} \quad (17)$$

o que significa que  $(A_B + d_a)_N < k_B^*$ , além de não redutível, é produtiva. Em outras palavras, satisfeitas a 1<sup>a</sup> e a 2<sup>a</sup> condições, a teoria de preços correspondente é internamente coerente. Podemos agora supor a seguinte condição:

$$3^a) k_j \geq (i + r)$$

Neste caso, seguindo um raciocínio paralelo ao anterior, conclui-se que:

$$P_B^* < P_B^* \frac{(A_B + d_a)_N}{B} \frac{< K_B^* >}{B} \quad (18)$$

o que significa que  $(A_B + d_a)_N < K_B^*$  não é produtiva. Em outras palavras, em se prevalecendo a 3<sup>a</sup> condição, a equação kai-teckiana pode gerar preços que não cobrem os custos de produção ou mesmo preços negativos.

Podemos agora examinar o caso mais geral em que a única restrição é:

$$4^a) \min_j k_j = i$$

Neste caso não se pode garantir que prevaleça (17). Isto significa que a possibilidade de lucros ou preços negativos não está afastada, ou, o que quer dizer o mesmo, não se pode garantir a consistência interna do sistema de preços.

## 2.2 - Salário Real Determinado Endogenamente

O raciocínio desenvolvido até agora está sujeito à objeção de que ele contraria a teoria kaleckiana de salários, segundo a qual o salário real não é previamente determinado, mas resulta do salário nominal, que é determinado simultaneamente com o grau de monopólio e os preços. Examinemos essa questão mais de perto.

De forma a se evitar complicações desnecessárias, suponhamos que a composição do salário real seja fixa, e que apenas sua quantidade varie. Com base nessa hipótese simplificadora, a equação da taxa de salário pode ser expressa como:

$$w = \sigma p d \quad (19)$$

Observe-se que  $d$  é fixo, mas  $\sigma$  é variável

Neste caso, a nossa equação característica será:

$$\det [I - (A + \sigma d a_N)] = 0 \quad (20)$$

A diferença básica entre essa equação e a equação (7) é que, agora, tem-se um grau de liberdade adicional, o que significa que, aparentemente, quando o salário real é endogenamente determinado, o sistema de preços não é necessariamente sobre determinado. Assim, em lugar de um mark-up ser função de todos os outros mark-ups, a variável  $\sigma$  que define o salário real passa a desempenhar a função de tornar o sistema consistente, na medida em que ela poderá assumir diferentes valores dependendo dos valores dos mark-ups setoriais. Contudo, a restrição

$$\sigma \geq \sigma_{\text{subsistência}} \quad (21)$$

precisa ser respeitada, caso contrário o sistema não se reproduz. Isso implica em impor limites aos valores assumidos pelos mark-ups. No caso limite em que  $\sigma = \sigma_{\text{subsistência}}$ , o sistema torna-se novamente, sobre determinado, uma vez que nesse caso um dos mark-ups torna-se função das outras margens de lucro e da taxa de salário de subsistência.

Por outro lado, para qualquer valor que  $\sigma$  assuma, a matriz  $(A + \sigma d a)^B$  somente será necessariamente produtiva se a 1<sup>a</sup> e a 2<sup>a</sup> condições forem satisfeitas. Nesse caso a correspondente taxa homogênea de lucro,  $r^*$ , será determinada pela maior raiz característica associada à matriz  $(A + \sigma d a)^B$ . Em outras palavras, estamos de volta ao primeiro caso, quando consideramos a taxa de salário real determinada exogenamente, e a condição suficiente (mas não necessária) para uma consistente teoria de preços baseada em mark-ups é que esses devem ser, no máximo, iguais a um mais a taxa homogênea de lucro  $r^*$ .

### 3 - UM EXEMPLO NUMÉRICO

Suponhamos uma economia em reprodução simples, produzindo apenas ferro como meio de produção, trigo, como meio de consumo dos trabalhadores, e ouro, como bem de luxo. Os processos produtivos estão descritos a seguir, sendo que os bens estão medidos em toneladas e o trabalho em dias de trabalho:

$$28 \text{ ferro} + 56 \text{ trabalho} \rightarrow 56 \text{ ferro}$$

$$12 \text{ ferro} + 8 \text{ trabalho} \rightarrow 8 \text{ trigo}$$

$$16 \text{ ferro} + 16 \text{ trabalho} \rightarrow 28 \text{ ouro}$$

Baseado no esquema acima, os preços de produção correspondentes podem ser expressos como:

$$p_f = (0.5 p_f + w) (1 + r)$$

$$p_t = (1.5 p_f + w) (1 + r)$$

$$p_o = (0.333 p_f + 0.333 w) (1 + r)$$

---

<sup>2</sup> Exemplo numérico retirado de Steedman (1975): Marx after Sraffa. Londres: NLB, p. 38.

Estabelecendo o salário real igual a 0,2 unidades de trigo e escolhendo trigo como nosso numéráire ( $p_t = 1$ ), temos:

$$r = 0,0895 \text{ e } p_f = 0,4786.$$

O preço do ouro não nos interessa porque, como é fácil de se verificar, ele não representa um "produto básico".

A teoria kaleckiana admitiria que os preços e a taxa de lucro acima prevaleceriam numa economia "em concorrência", na qual não existem diferenças no grau de monopólio entre os setores da economia. Suponhamos, no entanto, que a indústria de ferro se organizasse em cartéis e fixasse um mark-up de 110%. Neste caso, é fácil verificar-se que a única possibilidade de consistência na economia acima seria dada por:

$$p_f = 0,4889 \text{ e } k_t = 1,071$$

Observe-se que o preço relativo do ferro e o mark-up da indústria de trigo seriam determinados mesmo sem considerar o "poder de monopólio" dessa última indústria.

Suponhamos agora o inverso: que os produtores de trigo organizem-se em cartéis e imponham um mark-up de 110%. Neste caso, a única possibilidade de consistência entre as ações dos produtores nos dois setores básicos seria obter-se:

$$p_f = 0,4727 \text{ e } k_f = 1,0833.$$

Podemos agora considerar um caso extremo e supor que os produtores de trigo imponham um mark-up de 600%. Neste caso teríamos:

$$p_f = -0,0222 \text{ e } k_f = -0,1176.$$

O exemplo acima ilustra os problemas fundamentais que foram discutidos na primeira parte deste artigo: a questão da sobredeterminação de preços em Kalecki e da sua (possível) inconsistência interna. Como se pode verificar, uma vez tendo sido fixado o salário real, uma das margens de mark-up torna-se função da outra margem; de mais a mais, fixando-se apenas um dos

mark-ups e deixando o outro a ser determinado pelo sistema, mesmo assim nem todos os mark-ups teoricamente possíveis são compatíveis com o sistema, podendo gerar lucros ou preços negativos.

Consideremos, agora, uma situação na qual o salário real é determinado endogenamente. Suponhamos, inicialmente, que o setor que produz ferro tenha um mark-up de 185% e que a indústria de trigo imponha um mark-up de 200%. Nesse caso, teríamos:

$$p_f = 0,3246 \quad e \quad w = 0,0132.$$

Como se vê, o sistema é compatível desde que o salário acima seja maior do que o mínimo de subsistência. Mas, agora, consideremos que a indústria de ferro consiga atingir níveis mais elevados de concentração e imponha um mark-up de 250%. Nesse caso, teríamos:

$$p_f = 0,3571 \quad e \quad w = -0,0357.$$

Assim, nesse último caso, a compatibilização entre os mark-ups setoriais exige uma taxa salarial negativa, o que, como é óbvio, é impossível.

#### 4 - CONCLUSÕES

Da análise anterior podemos concluir que a condição necessária mas não suficiente para que a teoria kaleckiana de determinação de preços seja consistente é que a taxa de salário real seja determinada endogenamente.

Com efeito, em primeiro lugar, ressalte-se que quando o salário real é exogenamente determinado, pelo menos uma das margens de lucro é função das outras. Portanto, a tese de que, para todas as indústrias, o mark-up está determinado pelo "grau de monopólio" correspondente, leva à sobredeterminação do sistema de preços.

Em segundo lugar, existem limites estritos para que um sistema de preços baseados em diferentes taxas setoriais de lucro tenha consistência interna. Como se viu acima, quando o salário real é dado, a imposição de diferentes mark-ups setoriais pode levar a lucros ou preços negativos. Por outro lado, quando o salário real é determinado endogenamente, a hipótese de salários abaixo do nível de subsistência ou mesmo negativos não pode ser descartada.

Em suma, conclui-se que qualquer teoria de determinação de preços a partir da imposição de mark-ups determinados pelo poder de mercado (ou "grau de monopólio) das empresas, como no caso da teoria kaleckiana, requer hipóteses adicionais para resguardar sua consistência interna que, pelo visto, não está assegurada.

**BIBLIOGRAFIA**

- BASILE, L., SALVADORI, N. Kalecki's pricing theory. *Journal of post-keynesian economics.* v.7, p.249-262, 1984-85.
- COWLING, K. *Monopoly Capitalism.* New York: John Wiley & Sons, 1982.
- KALECKI, M. *Theory of Economic Dynamic.* Allen & Unwin, 1954.
- KEMP, M. C., KIMURA, Y. *Introduction to mathematical economics.* New York: Springer-Verlag, 1978.
- KRIESLER, P. *Kalecki's microanalysis.* New York: Cambridge University Press, 1987.
- PASINETTI, L. *Lectures on the theory of production.* New York: Columbia University Press, 1977.
- ROEMER, J. E. *Analytical foundations of marxian economic theory.* New York: Cambridge University Press, 1988.
- SAWYER, M. *The economics of Michal Kalecki.* New York: Sharpe, 1985.