

**TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 202**

**UMA EXTENSÃO AO MODELO SCHUMPETERIANO  
DE CRESCIMENTO ENDÓGENO**

**Marco Flávio da Cunha Resende  
Flávio Gonçalves**

**Junho de 2003**

Ficha catalográfica

330.34 Resende, Marco Flávio da Cunha.  
R433c 2003 Uma extensão ao modelo schumpeteriano de crescimento  
2003 endógeno / por Marco Flávio da Cunha Resende; Flávio  
Gonçalves. - Belo Horizonte: UFMG/Cedeplar, 2003.  
20p. (Texto para discussão ; 202)  
1. Desenvolvimento econômico. 2. Inovações tecnológicas  
– Aspectos econômicos. I. Universidade Federal de Minas  
Gerais. Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional.  
II. Título. III. Série.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL**

**UMA EXTENSÃO AO MODELO SCHUMPETERIANO  
DE CRESCIMENTO ENDÓGENO<sup>\*\*</sup>**

**Marco Flávio da Cunha Resende**

Do Departamento de Economia/UFMG e doutorando em Economia/UnB;  
resende@cedeplar.ufmg.br; FACE/Departamento de Economia  
Rua Curitiba, 832, sala 701, Centro - 30 170-120 - Belo Horizonte, MG.

**Flávio Gonçalves**

Doutor em Economia/UnB, do Departamento de Economia/UnB;  
flaviog@unb.br

**CEDEPLAR/FACE/UFMG  
BELO HORIZONTE  
2003**

---

<sup>\*\*</sup> Os autores agradecem os comentários e sugestões de Steve De Castro, Afonso Henriques Borges Ferreira e Eduardo da Motta e Albuquerque a uma versão preliminar deste trabalho, eximindo-os da responsabilidade pelos erros e omissões porventura remanescentes.

## SUMÁRIO

I. INTRODUÇÃO.....	6
II. DETERMINANTES DAS INOVAÇÕES NO MODELO SCHUMPETERIANO DE CRESCIMENTO .....	6
III. O MODELO SCHUMPETERIANO DE CRESCIMENTO ENDÓGENO BÁSICO.....	9
III.1. Introduzindo um Componente Determinístico das Inovações no Modelo Schumpeteriano de Crescimento Endógeno.....	11
IV. CONCLUSÕES .....	19
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	20

## RESUMO

O modelo Schumpeteriano de crescimento endógeno considera o progresso técnico (inovações) elemento fundamental para explicar o crescimento econômico. Porém, ainda não conseguiu explicar como essas inovações são geradas. Nesse modelo, elas se verificam aleatoriamente. Todavia, os fatos sugerem uma explicação que apresenta um componente determinístico (tendência) e outro componente aleatório para o surgimento das inovações. Portanto, foi desenvolvida nesse trabalho uma extensão ao modelo schumpeteriano que visa incorporar um componente determinístico das inovações, além do componente aleatório. A partir dessa modificação do modelo e da simulação da trajetória da renda per capita de cinco países entre 1800 e 2000, constatou-se que esta extensão ao modelo schumpeteriano pode explicar diversos fatos da realidade que o modelo básico não explicava.

## ABSTRACT

In the Schumpeterian endogenous growth model, random innovations (technical progress) are the main element that explains economic growth. Empirical analyses suggest there are two variables that explain the introduction of innovations: a randomly variable and a deterministic trend. In this paper we add a deterministic variable to the basic Schumpeterian growth model. The introduction of a determinist variable improves the basic model. The new model reproduces several styled facts, which are shown in simulations.

Palavras-chave: **crescimento endógeno, aglomeração geográfica, aleatório, determinístico.**

Classificação JEL: 040

## I. INTRODUÇÃO

Com o surgimento dos modelos de crescimento endógeno tornou-se possível determinar o crescimento da economia a partir do próprio sistema econômico.<sup>1</sup> Entre estes modelos, destaca-se o schumpeteriano, por introduzir inovações verticais, incorporando um fenômeno observado na vida real: novas invenções tornam as tecnologias anteriores obsoletas. Além disso, as inovações correntes geram uma externalidade negativa para o atual produtor (monopolista), denominada *business-stealing effect*, tornando possível o crescimento econômico “excessivo” sob o *laissez-faire* (Aghion & Howit, 1998:53).

Elabora-se, neste trabalho, uma extensão ao modelo schumpeteriano de crescimento endógeno, visando avançar no poder de explicação das características e do padrão de crescimento das economias capitalistas modernas. Para tanto, procura-se explicar os determinantes das taxas de crescimento econômico tendo como base inovações tecnológicas cuja ocorrência apresenta não somente um caráter aleatório mas, também, determinístico. Neste último caso, é introduzido no modelo um componente de “tendência” (ou memória) para explicar a manutenção da posição das economias no *ranking* mundial das rendas per capita por longos períodos de tempo.

O trabalho conta com duas seções, além desta introdução e das conclusões. Na segunda seção é apresentado o modelo schumpeteriano básico, tendo como base Aghion & Howitt (1998). Na terceira seção, modifica-se este modelo introduzindo-se um componente determinístico da ocorrência das inovações. A última seção é destinada às conclusões.

## II. DETERMINANTES DAS INOVAÇÕES NO MODELO SCHUMPETERIANO DE CRESCIMENTO

No século XVIII as rendas per capita dos países do mundo eram semelhantes. No século seguinte, a Inglaterra (UK) apresentava-se como sendo a maior potência mundial. Contudo, no início do século XX os Estados Unidos (USA) assumiam essa posição. Enquanto o UK permaneceu por mais de um século no topo do *ranking* mundial das rendas per capita, os USA encontram-se atualmente nesta posição há cerca de um século. Estes fatos sugerem a presença de uma inércia nas taxas de crescimento das economias que garante por um longo período certa estabilidade na distribuição de renda entre países. Porém, esses fatos também sugerem que há outros fatores que explicam o crescimento econômico e que tornam possível que em um determinado ponto no tempo uma economia ultrapasse outras melhorando sua posição no *ranking* mundial das rendas per capita.

O modelo schumpeteriano de crescimento endógeno considera o progresso técnico (inovações) elemento fundamental para explicar o crescimento. Porém, ainda não conseguiu explicar como essas inovações são geradas. Os fatos sugerem uma explicação que apresenta um componente determinístico (tendência) e outro componente aleatório para o surgimento das inovações.

<sup>1</sup> No modelo de Solow, por exemplo, a taxa do crescimento equilibrado da economia é dada a partir das taxas de crescimento da força de trabalho e do progresso técnico, exógenas ao sistema. Para maiores detalhes do modelo de Solow, ver Jones (1979), Aghion & Howitt (1998) e Romer (1996). Modelos de crescimento endógeno estão desenvolvidos em Romer (1990), Grossman & Helpman (1991) e Aghion & Howitt (1998).

No que se refere ao componente determinístico, poder-se-ia pensar que o estoque de capital afeta a produtividade da pesquisa. Assim, quanto maior o crescimento econômico (e taxas de investimento a ele associadas), maior seria o estoque de capital, e maior seria a taxa de chegada das inovações, aumentando a taxa de crescimento econômico, e assim por diante. Contudo, os fatos não corroboram esta tese: desde os primórdios do capitalismo verificou-se, em vários países do mundo e em diferentes períodos, elevada acumulação de capital sem ocorrer um correspondente aumento nas taxas de crescimento nas décadas seguintes, nesses países. Por exemplo, o crescimento econômico brasileiro nos anos 80 foi medíocre, embora a acumulação de capital na década anterior tenha sido muito elevada.

Krugman (1993), demonstra que, em diversas situações, os investimentos e, por conseguinte, as taxas de crescimento econômico, aumentam na presença de retornos crescentes de escala apenas quando há aglomeração geográfica de empresas. Ou seja, a aglomeração geográfica das atividades econômicas (aglomeração de empresas produtoras de bens, de serviços, de fornecedores de peças e componentes, de empresas de serviços de assistência técnica, de institutos e laboratórios de pesquisa, de universidades, etc.) gera externalidades que favorecem o crescimento econômico num contexto de retornos crescentes de escala. As economias externas que viabilizam o investimento não são necessariamente tecnológicas: “... *there is, by assumption, no technological external economy; there is no interdependence between firms' production functions. The externality is entirely pecuniary, and yet it has real welfare significance*” (Krugman, 1993: 168-169). Porter (1990) também elabora argumento demonstrando que a aglomeração geográfica das atividades econômicas favorece o aumento das taxas de retorno do investimento. Conforme Krugman (1993:177), “*Porter's analysis of international competition is largely a discussion of the importance of geographically restricted external economies*”. Em suma, para Krugman, a aglomeração geográfica de empresas estaria associada à presença de retornos crescentes de escala, aumentando as taxas de retorno do investimento e, deste modo, estimulando o crescimento econômico.

A maior capacidade dos países desenvolvidos em gerar inovações tecnológicas *vis-a-vis* os subdesenvolvidos é um fato incontestável. Ademais, também parece ser relevante a formação de centros regionais de atividades econômicas (ou aglomerações geográficas de empresas) para a ocorrência de inovações. Temos, como exemplo, o Vale do Silício nos USA, a indústria da moda de Milão, o serviço financeiro de Londres, entre outros.<sup>2</sup> Portanto, é relevante o desenvolvimento de um modelo que associa inovações e crescimento econômico com a aglomeração geográfica (ou espacial) das atividades econômicas. Segundo Ludval (1998), Cassiolato & Lastres (1999), Dosi et alli (1994), entre outros, a inovação apresentava e continua apresentando um caráter local. A interação entre fornecedores de partes e componentes, produtores, usuários, assistência técnica, firmas de engenharia, pesquisadores e instituições de pesquisa, indústrias correlatas e de apoio, etc., é imprescindível à inovação tecnológica e à produção de novos produtos e processos porque viabiliza os fluxos de informação e de conhecimento científico e tecnológico, necessários ao processo de inovação. Entretanto, esta interação requer a aglomeração geográfica (localizada) das atividades econômicas.

---

<sup>2</sup> Porter (1990) reporta n casos de êxito seja na geração de empregos, de aumentos de renda ou de competitividade internacional, de atividades econômicas localizadas em determinado espaço geográfico em vários países do mundo.

Portanto, essa aglomeração geográfica estaria na base de ganhos de produtividade na atividade de pesquisa que visa inovações. Ou seja, além de serem importantes para que os retornos crescentes de escala se tornem efetivos (Krugman, 1993), estimulando o investimento, as aglomerações geográficas de atividades econômicas propiciam ganhos de produtividade dos pesquisadores. Note que o caráter aleatório das inovações não seria eliminado, neste modelo: O aumento da aglomeração geográfica de empresas favorece a produção de pesquisa que, por seu turno, pode ter êxito na geração de inovações ou não. Contudo, havendo maior produção de pesquisa, a probabilidade de ocorrerem inovações aumenta.

Por fim, este modelo expressa a existência de um ciclo virtuoso de crescimento: cada inovação que ocorre em determinada região (país) estimula o aumento da renda nessa região (país). Conforme Krugman (1993), assumindo retornos crescentes de escala o aumento da renda estimula o investimento que, segundo Porter (1990), se expressa no incremento da aglomeração geográfica de empresas; o aumento dessa aglomeração enseja incrementos na produtividade dos pesquisadores, aumentando a probabilidade de ocorrência de inovações nessa região (país). A ocorrência de inovações gera aumento da renda, e assim por diante.

Ou seja, num contexto de retornos crescentes de escala, as inovações resultam no crescimento do investimento e da aglomeração geográfica de empresas que, por seu turno, estimula o crescimento da produção de pesquisa para um mesmo número de pesquisadores. Todavia, o êxito da pesquisa não está garantido. Seu aumento apenas eleva a probabilidade de sucesso dos pesquisadores. Isto é, aumenta a taxa média de chegada das inovações que apresentam uma distribuição de Poisson, de acordo com o modelo schumpeteriano básico de crescimento.<sup>3</sup> Deste modo, além do caráter aleatório das inovações, expresso pela distribuição de Poisson associada à ocorrência das mesmas, as inovações passam a apresentar, também, um componente determinístico quando relacionadas à hipótese de retornos de escala crescentes e à aglomeração geográfica de empresas.

Deste modo, será desenvolvida neste trabalho uma alteração no modelo schumpeteriano de crescimento que capta a idéia central acima descrita: a cada inovação que ocorre aumenta a probabilidade de ocorrência de outra inovação sem, contudo, ser eliminado o caráter aleatório da chegada de inovações. Ou seja, a chegada de inovações passa a apresentar não somente um componente aleatório mas, também, um componente determinístico.

Em Romer (1990), a taxa à qual os pesquisadores geram novas idéias pode apresentar uma relação tanto positiva quanto negativa com o número de inovações ocorridas até o momento presente. No primeiro caso, o aumento do estoque de idéias eleva a probabilidade de surgirem novas idéias (inovações) – citando Isaac Newton, Jones (2000: 84) escreve: “Se cheguei mais longe do que os outros foi porque estava sobre os ombros de gigantes”. O segundo caso se refere ao fato de que as idéias mais óbvias e mais fáceis de serem concebidas são descobertas primeiro. Assim, as idéias subsequentes são cada vez mais difíceis de serem geradas. Portanto, a produtividade do pesquisador cresceria (diminuiria) ao longo do tempo se, a partir dos efeitos citados, o efeito positivo (negativo) superasse o negativo (positivo).

Contudo, cabe questionar: porque os ganhos de renda não se disseminam uniformemente pelo espaço econômico, seja entre países, seja entre regiões de um mesmo país? Usando a mesma simbologia apresentada acima, porque apenas Newton, ao invés de todos os pesquisadores da sua área,

---

<sup>3</sup> Sobre a distribuição de Poisson, ver, por exemplo, Stevenson (1981).

conseguiu se apoiar nos ombros dos gigantes? No modelo proposto neste trabalho, a aglomeração geográfica das atividades econômicas é um fator relevante para o crescimento da produtividade na atividade de pesquisa. Portanto, as regiões e países não apresentam o mesmo grau de capacitação para se alcançar ganhos de produtividade de seus pesquisadores, na medida em que estas aglomerações não se verificam de modo uniforme no espaço.

Por fim, não há um estoque limitado de idéias óbvias. Pelo contrário, o histórico das inovações sugere que o horizonte destas é infinito, visto que a criatividade humana também o é. Deste modo, assume-se que, se há uma relação inversa entre o número de inovações ocorridas até o momento presente e a geração de novas idéias, esta é mais do que compensada pela relação positiva entre o desenvolvimento de aglomerações geográficas, o acúmulo de idéias e os ganhos de produtividade na atividade de pesquisa.

### III. O MODELO SCHUMPETERIANO DE CRESCIMENTO ENDÓGENO BÁSICO

Conforme o modelo schumpeteriano de crescimento, a inovação consiste na invenção de um novo bem intermediário que substitui (mata) o antigo e que aumenta o parâmetro tecnológico A, pelo fator constante  $\gamma > 1$ . O estoque de mão-de-obra, L, é fixo e possui dois usos concorrentes: pode ser alocado na produção dos bens intermediários ou na produção de pesquisa.

O modelo schumpeteriano básico é composto das seguintes equações:

$$u(y) = \int_0^{\infty} y_{\tau} \cdot e^{-r_{\tau}} d\tau \quad (\text{preferência intertemporal linear});$$

$$y = A \cdot x^{\alpha} \quad (\text{função de produção de bens de consumo, onde } x \text{ é um bem intermediário; } A \text{ é um parâmetro tecnológico; } 0 < \alpha < 1);$$

$$L = x + n; \quad (x \text{ e } n \text{ são a quantidade de trabalhadores usada na manufatura de bens intermediários e na pesquisa, respectivamente. Um trabalhador, } x, \text{ gera uma unidade do bem intermediário, } x.);$$

$$w_t = \lambda \cdot V_{t+1}; \quad (\text{condição de arbitragem, onde } w_t \text{ é o salário, } t \text{ é o número de inovações que chegam aleatoriamente com uma taxa de chegada de Poisson } n \cdot \lambda, \text{ onde } \lambda \text{ é o parâmetro que indica a produtividade da pesquisa em tecnologia, } V_{t+1} \text{ é o } payoff \text{ esperado descontado da inovação } t+1);$$

$$r \cdot V_{t+1} = \pi_{t+1} - \lambda \cdot n_{t+1} \cdot V_{t+1}; \quad (\text{equação do ativo, e } \pi \text{ é o lucro do produtor do bem intermediário } x);$$

$$x_t = \frac{[\alpha^2]^{1/(1-\alpha)}}{w_t / A_t}$$

$$\pi_t = [(1-\alpha)/\alpha] w_t \cdot x_t = A_t \tilde{\pi} \cdot (w_t / A_t)$$

$$\omega_t = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot \tilde{\pi} \cdot (\omega_{t+1})}{r + \lambda \cdot n_{t+1}} \quad (\text{A}) \quad (\text{equação de arbitragem, onde a taxa de salário ajustada pela produtividade é: } \omega_t = w_t / A_t);$$

$$L = n_t + \tilde{x}(\omega_t) \quad (\text{L}) \quad (\text{equação de equilíbrio do mercado de trabalho, sendo } x_t = \tilde{x}(\omega_t) \text{ uma função decrescente da taxa de salário ajustada } \omega_t);$$

O equilíbrio de *steady state* é definido a partir da solução estacionária do sistema (A) e (L), com  $\omega_t \equiv \omega$  e  $n_t \equiv n$ . Visto que no *steady state* a taxa de salário ajustada pela produtividade,  $\omega$ , é constante ao longo do tempo, os salários, os lucros e o produto final aumentam segundo o fator  $\gamma$ , sempre que uma inovação ocorre.

No *steady state*, as equações de arbitragem e de equilíbrio no mercado de trabalho são:

$$\omega = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot \tilde{\pi}(\omega)}{r + \lambda \cdot n} \quad (\hat{A})$$

$$L = n + \tilde{x}(\omega) \quad (\hat{L})$$

Ademais,

$$1 = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot [(1-\alpha)/\alpha] \cdot (L - n)}{r + \lambda \cdot n} \quad (\hat{U})$$

Conforme a equação ( $\hat{U}$ ), no *steady state* o nível de pesquisa  $\hat{n}$  é uma função decrescente de  $\alpha$ , que corresponde à elasticidade-preço da demanda do monopolista de bens intermediários. Portanto, a concorrência apresenta efeitos deletérios sobre o crescimento econômico: quanto maior a concorrência, menores são as rendas de monopólio apropriadas pelos inovadores de sucesso e, portanto, menores são os incentivos para inovar.

A taxa média de crescimento no *steady state* é dada por:

$$g = \lambda \cdot \hat{n} \cdot \ln \gamma$$

A taxa média de crescimento escolhida pelo planejador social que visa maximizar o valor presente esperado do consumo é dada por:

$$U = \int_0^{\infty} e^{-r\tau} y(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} e^{-r\tau} \left( \sum_{t=0}^{\infty} \prod_{\tau} (t, \tau) A_t x^{\alpha} \right) d\tau$$

Na análise do bem estar social, o planejador social escolhe o nível de  $n$  que maximiza  $U$ :

$$U(n) = \frac{A_0(L-n)^\alpha}{r - \lambda \cdot n \cdot (\gamma - 1)}$$

$$1 = \frac{\lambda \cdot (\gamma - 1) \cdot (1/\alpha) \cdot (L - n^*)}{r - \lambda \cdot n^* \cdot (\gamma - 1)}$$

$$g^* = \lambda \cdot n^* \cdot \ln \gamma$$

### III.1. Introduzindo um Componente Determinístico das Inovações no Modelo Schumpeteriano de Crescimento Endógeno

Conforme apresentado anteriormente, os fatos sugerem uma explicação que apresenta um componente determinístico (tendência) e outro componente aleatório para o surgimento das inovações.

Estamos considerando nesta seção que além do *spillover* contemplado no modelo schumpeteriano básico (onde todos os pesquisadores partem do patamar de conhecimento tecnológico gerado pelo último inovador de sucesso), a cada inovação verificada em uma região (país) observa-se um aumento na produção de pesquisa para o mesmo número de pesquisadores, naquela região (país); isto é, cada pesquisador torna-se mais eficiente. Neste caso, aumenta a taxa de média de chegada de inovações naquela região (país), mas sem afetar o caráter aleatório das inovações.

A hipótese adotada é a de que o determinante da produtividade da pesquisa tecnológica apresenta um componente aleatório com distribuição Poisson,  $\lambda$  ( $\lambda$  = número médio de eventos que ocorre em um intervalo de tempo a partir de uma distribuição Poisson), e outro componente determinístico, que é uma função positiva do número de inovações,  $t$ . Assim, a cada inovação ocorrida verifica-se um aumento da taxa média de chegada das inovações na região (país) onde ocorreu a inovação. Portanto, as inovações continuam ocorrendo aleatoriamente, porém sua taxa média de chegada cresce com o número de inovações. Quando  $t$  é zero, o determinante da produtividade da pesquisa tecnológica apresenta apenas o componente aleatório, que segue uma distribuição Poisson.

Para introduzir o componente determinístico das inovações, o modelo schumpeteriano será alterado, conforme apresentado a seguir.

$$u(y) = \int_0^\infty y_\tau \cdot e^{-r\tau} d\tau$$

$$y = A \cdot x^\alpha \quad 0 < \alpha < 1;$$

$$L = x + n;$$

$$w_t = e^t \lambda \cdot V_{t+1}; \quad e > 1 \quad (1)$$

Ou seja, a taxa média de chegada de inovações é agora dada por  $e^t \lambda$ . Esta taxa cresce à medida em que cresce o número de inovações,  $t$ . Deste modo, a equação do ativo torna-se:

$$r.V_{t+1} = \pi_{t+1} - e^{(t+1)} \lambda \cdot n_{t+1} \cdot V_{t+1};$$

$$V_{t+1} = \frac{\pi_{t+1}}{r + e^{t+1} \lambda \cdot n_{t+1}} \quad (2)$$

O lucro de monopólio é derivado exatamente como no modelo de Aghion & Howitt (1998: 56):

$$x_t = \frac{[\alpha^2]^{1/(1-\alpha)}}{w_t / A_t}$$

$$\pi_t = [(1-\alpha)/\alpha] w_t \cdot x_t = A_t \tilde{\pi} \cdot (w_t / A_t) \quad (3)$$

Das equações (1), (2) e (3), temos:

$$w_t = \frac{e^t \lambda \pi_{t+1}}{r + e^{(t+1)} \lambda \cdot n_{t+1}} = \frac{e^t \lambda \cdot A_{t+1} \tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{r + e^{(t+1)} \lambda \cdot n_{t+1}}$$

Dividindo ambos os lados por  $A_t$ , temos :

$$\omega_t = \frac{e^t \lambda \gamma \tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{r + e^{(t+1)} \lambda \cdot n_{t+1}} \quad (4)$$

Multiplicando (4) por  $e^{-t}/e^{-t}$ , temos:

$$\omega_t = \frac{\lambda \gamma \tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{e^{-t} r + e \lambda \cdot n_{t+1}}$$

neste caso, quando  $t \rightarrow \infty$ ,

$$\omega_t = \frac{\gamma \tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{e \cdot n_{t+1}}$$

Quando  $t \rightarrow \infty$ , no *setady state* temos :

$$\omega_t = \frac{\gamma \tilde{\pi}(\omega)}{e.n} \quad (\tilde{A})$$

$$L = n + \tilde{x}(\omega) \quad (\tilde{L})$$

As curvas correspondentes a  $(\tilde{A})$  e  $(\tilde{L})$  no espaço  $(\hat{n}, \hat{\omega})$  são negativamente inclinada e positivamente inclinada, respectivamente, conforme se verifica no modelo básico – equações  $(\hat{A})$  e  $(\hat{L})$ , apresentadas na seção III. Todavia, as equações  $(\hat{A})$  e  $(\tilde{A})$  são diferentes visto que esta última não inclui a taxa de juros,  $r$ , no seu denominador e nem o componente aleatório da taxa média de chegada de inovações,  $\lambda$ , no seu numerador. Isto ocorre porque quando  $t \rightarrow \infty$ , então o termo  $e^t \lambda \rightarrow \infty$ , independentemente do tamanho de  $\lambda$ . Ou seja, o componente determinístico da taxa média de chegada de inovações,  $e^t$ , tende a dominar o componente aleatório,  $\lambda$ , na medida em que cresce o número de inovações, em uma economia. Da mesma maneira, no período marcado por um pequeno número de inovações, o componente aleatório,  $\lambda$ , da taxa média de chegada das inovações (dada por  $e^t \lambda$ ) prepondera sobre o componente determinístico. Sendo assim, a probabilidade de ocorrerem mudanças nas posições de cada economia no ranking mundial das rendas per capitais deve ser maior quando o número de inovações ocorridas nos países do mundo é menor. Portanto, de acordo com esse modelo, visto que o número de inovações,  $t$ , cresce ao longo do tempo, torna-se cada vez menos provável, embora não seja impossível, que uma economia subdesenvolvida alcance o patamar de renda per capita das economias desenvolvidas, na medida em que o tempo avança, e vice-versa.

No que se refere à taxa de juros, no modelo básico, uma queda nesta taxa aumenta o benefício marginal da pesquisa através do aumento do valor presente dos lucros de monopólio, estimulando o aumento do nível de equilíbrio de pesquisadores,  $\hat{n}$ . Porém, quando  $t \rightarrow \infty$ , a taxa de juros não afeta o nível de equilíbrio de pesquisadores,  $\hat{n}$ , uma vez que a taxa média de chegada de inovações torna-se infinita.

As tabelas A, B, C e D e gráficos 1, 2 e 3, ilustram os padrões de crescimento da renda per capita do modelo schumpeteriano básico (modelo 1) e de sua extensão desenvolvida nesta seção (modelos 2 e 3). Neste exercício,  $T = 200$  anos e  $N(T)$  é a função densidade de probabilidade do número de inovações acumulada, cuja distribuição é Poisson. A variável  $\gamma$ , exógena e constante, representa o tamanho de cada inovação. Suponha que  $\gamma = \text{US\$ } 500,00$ , a preços correntes. No início do período, que vai de 1800 a 2000, sabe-se que as rendas per capitais das economias do mundo eram semelhantes. Ao final desse período, assuma que a maior renda per capita alcançada seja de US\$ 30.000,00, a renda per capita média seja de US\$ 8.000,00 e a menor seja de US\$ 3.000,00.

Portanto, o intervalo de  $N(T)$  vai de 0 até 60 inovações, os  $\lambda$ 's estimados para as economias que apresentam no final do período as rendas per capitais mais alta, média e menor, são: 0,3, 0,08 e 0,03, respectivamente (tabela A).

No modelo 1, a chegada de inovações é uma variável aleatória com distribuição Poisson. Portanto, este modelo incorpora apenas o componente aleatório da chegada de inovações. Todavia, no longo prazo é possível obter a taxa média de chegada de inovações de cada economia, dada pelo parâmetro  $\lambda$ . Uma vez que este parâmetro difere de economia para economia e é constante, no longo prazo as posições de cada economia no ranking mundial das rendas per capita nunca se alteram (tabela B e gráfico 1). Sendo assim, este modelo deve ser modificado para que possa contribuir para a explicação dos fatos reais.

No modelo 2, a taxa média de chegada de inovações é dada pelo termo  $e^t \lambda$ , onde  $t$  é o número de inovações,  $e > 1$ . O termo  $e^t$  introduz no modelo um componente de tendência (ou memória) para a taxa de chegada de inovações: quanto maior for o número de inovações ocorridas em uma economia, num dado ponto no tempo, maior será a probabilidade de chegadas futuras de inovações nessa economia *vis-a-vis* outra economia com menor número de inovações nesse mesmo ponto no tempo. Note que estamos falando em probabilidade, ou seja, o caráter aleatório da chegada de inovações não foi eliminado. Portanto, neste modelo existe uma tendência para que as economias ricas se distanciem cada vez mais das pobres. Quanto mais se avança no tempo, menor é a probabilidade de uma economia pobre alcançar o patamar da renda per capita de uma economia desenvolvida, embora não seja impossível.

O modelo 2 apresenta a mesma armadilha do modelo 1: no longo prazo é possível obter um valor constante para o parâmetro  $\lambda$ . Se esse parâmetro é constante e difere de economia para economia, teremos o mesmo resultado encontrado para o modelo 1: no longo prazo, as posições de cada economia no ranking mundial das rendas per capita nunca se alteram, conforme é ilustrado na tabela C e gráfico 2.<sup>4</sup>

Em Aghion & Howitt (1998),  $\lambda$  é uma constante no equilíbrio de longo prazo. Porém, De Castro (1999) desenvolve interessante trabalho, flexibilizando essa restrição ao tornar  $\lambda$  uma variável aleatória, e que apresenta, todavia, uma distribuição estacionária. Trata-se de um modelo de dois setores onde é adotada a hipótese de retornos crescentes do trabalho no setor de novos bens, onde estes são inventados em intervalos aleatórios de tempo. *“It is a theory of equilibrium growth. So it also does not have transient dynamics. But the equilibrium is in distribution. There is no lock-in or convergence to any permanent state.”* De Castro (1999:191).

Visando solucionar o problema do modelo 2 acima citado, lançou-se mão do modelo de De Castro (1999). Para tanto, foram estimadas cinco séries de 200 números aleatórios com distribuição Poisson e média 1, correspondentes a  $\lambda$ , para o período 1800 a 2000. Deste modo, chegou-se ao modelo 3, que apresenta as seguintes características:  $\lambda$  não é mais uma constante no equilíbrio de longo prazo, correspondendo a uma variável aleatória com uma distribuição estacionária; o tamanho de cada inovação adotado foi  $\gamma = \text{US\$ } 100,00$ , a preços correntes;  $e = 1,005$ .

Portanto, no modelo 3, a chegada de inovações apresenta um componente aleatório,  $\lambda$ , e outro determinístico,  $e^t$ . Embora este último termo introduza no modelo um componente de tendência (ou

---

<sup>4</sup> Para facilitar o cálculo das rendas per capita no modelo 2, o termo  $e^t$  cresceu em cada ano da série 1800 a 2000, isto é, embora o tempo médio de chegada de inovações seja 3,33 anos e de 33,33 anos nas economias com maior e menor renda per capita em 2000, respectivamente, em cada ano a variável  $t$  cresceu em uma unidade para cada economia do modelo para propósito de cômputo do termo  $e^t$ , sendo  $e = 1,005$ . Este artifício não altera as conclusões finais do modelo.

memória) para a taxa de chegada de inovações, visto que  $\lambda$  não é mais uma constante, é possível obter ao longo de 200 anos mudanças nas posições de cada economia no ranking mundial das rendas per capita. Ou seja, no modelo 3, a distribuição de renda per capita entre países não converge para um estado permanente.

As economias A, B, C, D, e E apresentaram, ao final de 200 anos, 213, 206, 180, 202 e 238 inovações, respectivamente, no modelo 3. Conforme se constata na tabela D e no gráfico 3, em 1825 o país B apresentava a maior renda per capita, porém em 1850 o país E estava no topo do ranking, e permaneceu nessa posição nos demais anos selecionados da série. Da mesma forma, até 1875, o país D apresentava a menor renda per capita dentre os países, mas entre 1900 e 2000 sua renda per capita era maior em relação àquela observada para o país C. Ademais, a partir do início do século XX, o país C permanece, em todos os anos da série, na última posição do ranking das rendas per capitais, enquanto o país E se mostra, sistematicamente, como o mais rico. Os outros três países apresentam trajetórias da renda per capita que se cruzam diversas vezes ao longo de 200 anos.

Este resultado é o que melhor se adequa aos fatos, *vis-à-vis* os resultados dos demais modelos apresentados. Os componentes determinístico (tendência) e aleatório do surgimento das inovações, da forma como foram incorporados no modelo 3, ao mesmo tempo em que eliminam a possibilidade de *lock-in*, introduzem alguma rigidez para alterações na distribuição de renda entre países, ao longo do tempo. Deste modo, tendo como base o modelo 3, é possível explicar porque em todo o século XIX a economia do UK sempre se apresentou como a mais desenvolvida do mundo enquanto que desde o início do século XX até os dias atuais, a economia dos USA vem ocupando essa posição. O modelo também é coerente com mudanças significativas no ranking da renda per capita verificadas nos últimos 100 anos, como foi o caso da economia da União Soviética, que era pobre no início do século XX e já em meados daquele século tinha alcançado o patamar de renda per capita dos países desenvolvidos; ou, ainda, o caso da Argentina, que apresentou trajetória oposta à da União Soviética. De qualquer modo, nos últimos 200 anos, poucas economias apresentaram oscilações muito elevadas de suas rendas per capitais em relação à renda per capita média do mundo. Este fato é captado no modelo 3, visto que a maioria dos países apresenta trajetórias de renda per capita semelhantes à trajetória da renda per capita média do modelo, como é o caso dos países A, B e D.

Os resultados também expressam uma importante característica do modelo 3: no início do período, de 200 anos, o componente aleatório,  $\lambda$ , domina o componente determinístico,  $e^t$ , na determinação da taxa média de chegada de inovações, dada por  $e^t \cdot \lambda$ . Contudo, no final do período, o termo  $\lambda$  é dominado pelo termo  $e^t$ . Ou seja, a probabilidade de ocorrerem mudanças nas posições de cada economia no ranking mundial das rendas per capitais deve ser maior quando o número de inovações é menor. Essa característica pode ser observada no gráfico 3: até os primeiros 80 anos (1880), há intensa alteração na distribuição de renda entre os cinco países. Após esse período, cada vez mais o número de mudanças na distribuição de renda vai se reduzindo.

**TABELA A**  
**Parâmetros do Crescimento da Renda Per Capita das Economias A, B, C, D e E, do Modelo 1**

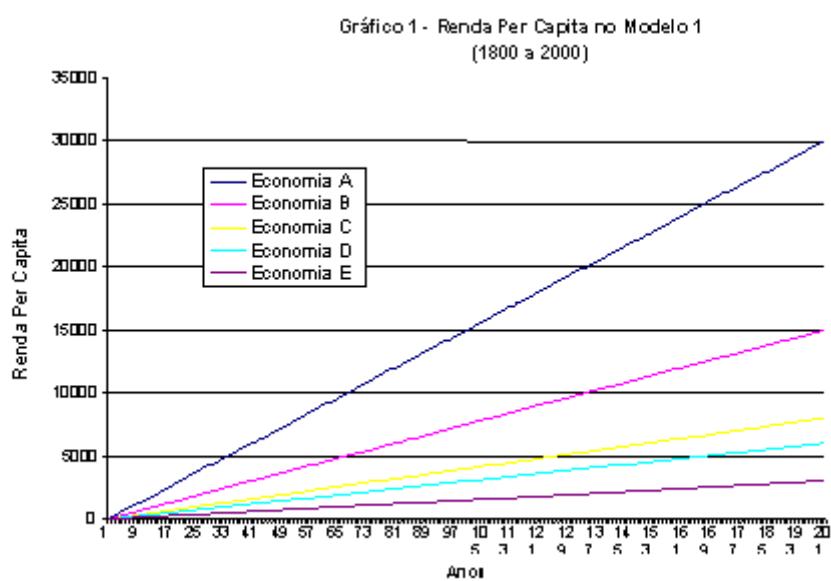
$\gamma = \text{US\$ } 500,00$ ; $T = 200$ anos.	Número de Inovações em $T = 200$ anos	Taxa Média de Chegada de Inovações, $\lambda$	Tempo Médio entre Inovações (em anos)	Aumento Anual da Renda Per Capita (em US\$)
A) Economia com maior renda per capita em $T$ : US\$ 30.000,00	60	0,30	3,33	150
B) Economia com renda per capita elevada em $T$ : US\$ 15.000,00	30	0,15	6,67	75
C) Economia com renda per capita média em $T$ : US\$ 8.000,00	16	0,08	12,50	40
D) Economia com renda per capita baixa em $T$ : US\$ 6.000,00	12	0,06	16,67	30
E) Economia com a menor renda per capita em $T$ : US\$ 3.000,00	6	0,03	33,33	15

Elaboração Própria.

**TABELA B**  
**Renda Per Capita das Economias A, B, C, D, e E, do Modelo 1,  
1800 a 2000, ( $\gamma = \text{US\$ } 500,00$ , em US\$ correntes)**

Anos	1800	1825	1850	1875	1900	1925	1950	1975	2000
País A	0	3.750	7.500	11.250	15.000	18.750	22.500	26.250	30.000
País B	0	1.875	3.750	5.625	7.500	9.375	11.250	13.125	15.000
País C	0	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000
País D	0	750	1.500	2.250	3.000	3.750	4.500	5.250	6.000
País E	0	375	750	1.125	1.500	1.875	2.250	2.625	3.000

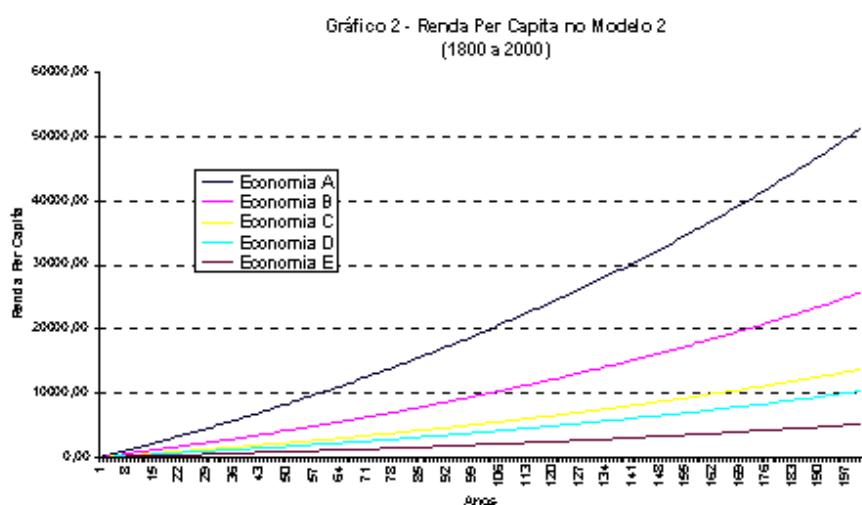
Elaboração Própria.



**TABELA C**  
**Renda Per Capita das Economias A, B, C, D, e E, do Modelo 2,**  
**1800 a 2000 (em US\$ correntes,  $\gamma = \text{US\$ 500,00}$ ,  $e = 1,005$ )**

Anos	1800	1825	1850	1875	1900	1925	1950	1975	2000
País A	0	3.984	8.497	13.609	19.400	25.960	33.391	41.810	51.346
País B	0	1.992	4.248	6.804	9.700	12.980	16.696	20.905	25.673
País C	0	1.062	2.266	3.629	5.173	6.923	8.904	11.149	13.692
País D	0	797	1.699	2.722	3.880	5.192	6.678	8.362	10.269
País E	0	398	850	1.361	1.940	2.596	3.339	4.181	5.135

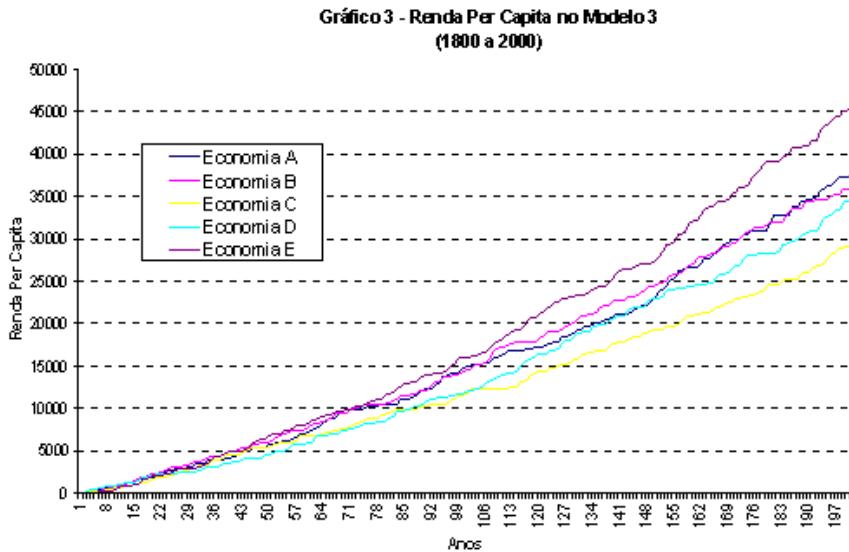
Elaboração Própria.



**TABELA D**  
**Renda Per Capita das Economias A, B, C, D, e E, do Modelo 3,**  
**1800 a 2000 (em US\$ correntes,  $\gamma = \text{US\$ 100,00}$ ,  $e = 1,005$ )**

Anos	1800	1825	1850	1875	1900	1925	1950	1975	2000
País A	0	2.878	5.781	10.233	14.924	18.395	23.703	31.007	37.509
País B	0	3.106	6.301	10.541	14.588	19.368	24.815	31.273	35.807
País C	0	2.427	5.654	8.766	11.781	15.107	19.176	23.285	29.026
País D	0	2.314	4.772	8.193	11.932	17.637	22.844	28.046	34.693
País E	0	2.762	6.952	10.683	15.985	23.051	27.805	37.475	45.427

Elaboração Própria



Por fim, note que antes de alcançar o steady state, temos:

$$\omega_t = \frac{\lambda \gamma \tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{e^{-t} r + e \lambda n_{t+1}}$$

Nesse caso, se assumirmos que  $\omega$  é constante, temos:

$$\omega_t = \frac{\lambda \gamma \tilde{\pi}(\omega)}{e^{-t} r + e \lambda n_{t+1}}$$

Note que a cada inovação que ocorre,  $r/e^t$  se reduz, tornando necessário um aumento do número de pesquisadores dedicados à pesquisa requerida para a próxima inovação,  $n_{t+1}$ , de modo a manter  $\omega$  constante. Ou seja, quando os fatores que explicam as inovações apresentam um componente determinístico, expresso por uma tendência ao aumento contínuo da taxa de chegada das inovações, o número de pesquisadores e, por conseguinte, a taxa de crescimento econômico, seriam crescentes ao longo do tempo se pudéssemos isolar o caráter aleatório da taxa de chegada das inovações.

#### IV. CONCLUSÕES

Foi desenvolvida, neste trabalho, uma extensão ao modelo schumpeteriano de crescimento endógeno. Objetivou-se dar uma explicação adicional para o surgimento de inovações que, no modelo schumpeteriano, chegam aleatoriamente. Para tanto, esse modelo foi modificado de modo a incorporar não apenas o componente aleatório da chegada de inovações, mas, também, um componente determinístico. Para que isso fosse possível, as inovações passaram a apresentar uma taxa média de chegada dada pelo termo  $e^t \cdot \lambda$ , onde,  $e^t$  é o componente determinístico e,  $\lambda$ , é o componente aleatório da chegada de inovações. Ademais,  $\lambda$  foi considerada uma variável aleatória que apresenta uma distribuição estacionária.

A partir dessa modificação do modelo e da simulação da trajetória da renda per capita de cinco países entre 1800 e 2000, constatou-se que esta extensão ao modelo schumpeteriano pode explicar diversos fatos da realidade que o modelo básico não explicava. A possibilidade de uma economia permanecer por um longo período de tempo em determinada posição do *ranking* mundial das rendas per capitais e, ao mesmo tempo, a possibilidade de ocorrerem mudanças na distribuição de renda entre países (isto é, não há *lock-in*), está contemplada no novo modelo (modelo 3). Por fim, constatou-se, também, que a probabilidade de ocorrerem mudanças nas posições de cada economia no *ranking* mundial das rendas per capitais deve ser maior quando o número de inovações, até então verificadas, é menor.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGHION, P. & HOWITT, P. *Endogenous growth theory*. Cambridge, MIT Press, 1998.
- CASSIOLATO, J.E. & LASTRES, H.M.M. Inovação, globalização e as novas políticas de desenvolvimento industrial e tecnológico. In Cassiolato e Lastres (Org.) *Globalização e inovação localizada: experiências de sistemas locais no Mercosul*. Brasília, IBICT/MCT, 1999.
- De Castro, S. In stochastic growth theory, endogenous consumer-culture resistance to creative destruction can explain convergence clubs. *Anais do XXI Encontro Brasileiro de Econometria*, Belém, vol 1: 179-197, 1999.
- False Contagion and False Convergence Clubs in Stochastic Growth Theory. *Anais do III Colloquium Intenacional*, Brasília, 2001.
- DOSI, G., FREEMAN,C. & FABIANI, S. The process of economic development: introducing some stylized facts and theories on technologies, firms and institutions. *Industrial and Corporate Change*, vol.3, n. 1, 1994.
- GROSSMAN, G.M. & HELPMAN, E. *Innovation and growth in the global economy*. Cambridge, MIT Press, 1991.
- JONES, H.G. *Modernas teorias do crescimento econômico*. São Paulo, Ed. Atlas, 1979.
- JONES, C.I. *Introdução à teoria do crescimento econômico*. Rio de Janeiro, Campus, 2000.
- KRUGMAN, P. R. The current case for industrial policy. In Salvatore (Ed.) *Protectionism and world welfare*. Cambridge Press, Cap. 7., 1993.
- LUNDVALL, B. A. The globalising learning economy: implications for innovation policy. *Targeted Socio-Economic Research – TSER Programme*, DG XII European Commission, Luxemburgo, 1998.
- PORTER, M.E. *The competitive advantage of nations*. New York: Free Press, 1990.
- ROMER, D. *Advanced macroeconomics*. Berkeley, McGraw-Hill, 1996.
- ROMER, P. Endogenous technological change. *Journal of Political Economy*, 98, outubro de 1990.
- STEVENSON, W.J. *Estatística aplicada à administração*. São Paulo, ed. Harper e Row do Brasil, 1981.